

Тема 9

На задачи 1 – 15 напишете правилния според вас отговор.

1. Кое от числата може да е корен на уравнението $12x^5 + 2x^4 - ax^3 + bx^2 + 3 = 0$, където a и b са цели числа?

- А) 12 Б) 4 В) $\frac{4}{3}$ Г) $\frac{3}{4}$

2. Границата $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ е равна на:

- А) 0 Б) 2 В) 4 Г) ∞

3. Безкрайната сума $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} \dots$ е равна на:

- А) 0 Б) $\frac{1}{4}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) 1

4. Стойността на реалното число a , за която функцията $f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < 3 \\ \sqrt{2x + a}, & x \geq 3 \end{cases}$

е непрекъсната за всяка стойност на променливата x , е равна на:

- А) 1 Б) 7 В) 43 Г) 49

5. Уравнението на права, минаваща през точките с координати $(2; 5)$ и $(8; -1)$, е:

- А) $x + y + 7 = 0$ В) $x - y + 7 = 0$
Б) $x + y - 7 = 0$ Г) $x - y - 7 = 0$

6. Радиусът на окръжност, зададена в правоъгълна координатна система с уравнение $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$, е равен на:

- А) 1 Б) $\sqrt{2}$ В) 2 Г) 4

7. В правоъгълна координатна система са дадени векторите $\vec{a}(1; 3)$ и $\vec{b}(-1; 2)$.

Координатите на вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ са:

- А) $(3; 4)$ В) $(0; 5)$
Б) $(1; 7)$ Г) $(2; -1)$

8. Дадена е пирамида с обем V . Равнина, успоредна на основата, минава през средата на височината на пирамидата. Обемът на получената пресечена пирамида е:

- А) $\frac{1}{8}V$ Б) $\frac{1}{2}V$ В) $\frac{3}{4}V$ Г) $\frac{7}{8}V$

9. Правоъгълен паралелепипед е описан около сфера с радиус r . Обемът на паралелепипеда е равен на:

А) r^3

В) $4r^3$

Б) $2r^3$

Г) $8r^3$

10. Стойностите на x , за които функцията $f(x) = x^4 - 2x^2$ е растяща, са:

А) $x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$

В) $x \in (-\infty; -1) \cup (0; \infty)$

Б) $x \in (-1; 0) \cup (1; \infty)$

Г) $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$

11. Функцията $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 3$ има локален минимум при:

А) $x = -1$

В) $x = 1$

Б) $x = 0$

Г) $x = 2$

12. Стойностите на реалното число k , за което функцията $f(x) = x^3 + 3kx^2 + 3x$ е растяща за всяка стойност на аргумента x , са:

А) $k \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$

Б) $k \in (-1; 1)$

В) $k \in (-\infty; -1)$

Г) $k \in (1; \infty)$

13. Втората производна на функцията $y = \sin^2 x$ е:

А) $y'' = 2 \cos 2x$

В) $y'' = -2 \sin 2x$

Б) $y'' = 2 \sin 2x$

Г) $y'' = -2 \cos 2x$

14. В едно училище има 2 паралелки ученици в 12. клас. Отношението на броя на момчетата към броя на момчетата в едната паралелка е $7 : 3$, а същото отношение в другата паралелка е $11 : 9$. Вероятността произволно избран ученик от 12. клас на това училище да е момче, е равна на:

А) $\frac{21}{77}$

Б) $\frac{3}{8}$

В) $\frac{2}{3}$

Г) $\frac{3}{4}$

15. Функцията на плътността на нормално разпределение е

$$f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{32}(x+8)^2}. \text{ Математическото очакване } \mu \text{ и стандартното отклонение } \sigma \text{ на това нормално разпределение са съответно:}$$

А) $\mu = -8$ и $\sigma = 4$

В) $\mu = -8$ и $\sigma = 16$

Б) $\mu = 8$ и $\sigma = 4$

Г) $\mu = 8$ и $\sigma = 8$

На задачи 16 – 18 напишете обосновано решение.

16. Дадена е функцията $f(x) = 6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6$.

а) Решете уравнението $f(x) = 0$.

б) Определете дали числото $b = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$ е решение на неравенството $f(x) > 0$.

17. Дадена е функцията $f(x) = 2x^3 - 3x^2$.

а) Определете интервалите на растене и намаляване на $f(x)$ и локалните ѝ екстремуми.

б) Определете броя на решенията на уравнението $f(x) = m$ в зависимост от стойностите на реалното число m .

18. Основата на пирамида $ABCD$ е равнобедрен правоъгълен триъгълник ABC с хипотенуза AB и лице 2 cm^2 . Всички околни ръбове образуват ъгъл 45° с равнината на основата.

а) Намерете обема на пирамидата и разстоянията от средата на ръба AB до върховете на $ABCD$.

б) Намерете дължината на оста отсечка между хипотенузата на основата AB и ръба CD .