АЗ ИЗБИРАМ ПРОСВЕТА!

ТЕЗИ МАТЕРИАЛИ СА ОТ ПРОЕКТИТЕ ЗА НАШИТЕ НОВИ УЧЕБНИЦИ.

РАБОТНИ МАТЕРИАЛИ ПО НОВАТА УЧЕБНА ПРОГРАМА

Код 7042.

ВАЖНО ЗА РОДИТЕЛИТЕ: Електронните учебници на „Просвета“ може да разгледате и закупите на www.e-uchebnik@bg.

ПРЕДСТАВЯНЕ НА ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА КАТО ПРОИЗВЕДЕНИЕ НА ПРОСТИ МНОЖИТЕЛИ. СТЕПЕН

1 Определете броя на делителите на числата:
а) 3 и 11; **б)** 8 и 9; **в)** 1.

Решение:

а) Числата 3 и 11 се делят на 1 и на себе си, т.е. имат по **2 делителя**.

б) Тъй като 8 = 1 . 8 и 8 = 2 . 4, числото 8 има **4 делителя**: 1, 2, 4 и 8.
Тъй като 9 = 1 . 9 и 9 = 3 . 3, числото 9 има **3 делителя**: 1, 3 и 9.

в) Числото 1 се дели единствено на себе си, т.е. има **1 делител**.

Естествено число, което има само два делителя, се нарича **просто число**, а естествено число с повече от два делителя се нарича **съставно число**. Числото 1 е единственото число, което има само един делител и не е **нито просто**, **нито съставно**.

3 и 11 – **прости**
8 и 9 – **съставни**

2 Определете кои от числата от 2 до 20 включително са прости и кои са съставни. Запишете съставните числа като произведение на два множителя, единият от които да е просто число.

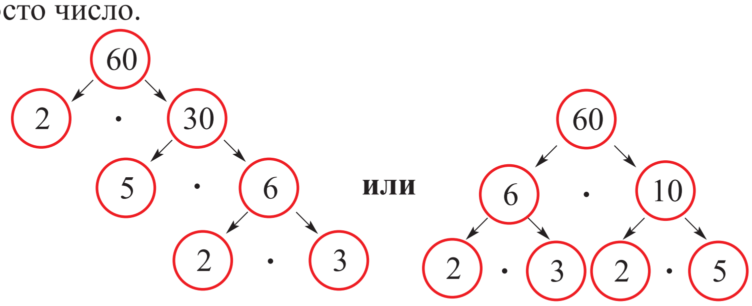
Всяко съставно число може да се представи като произведение на два множителя, единият от които е просто число, а другият е по-голям от 1. За да определим дали едно число е **съставно**, е достатъчно да посочим 1 прост делител, различен от числото.

Знаем, че всяко число се дели на 1 и на себе си. За да е **съставно**, трябва да намерим **поне още един делител.** Например числото 15 е съставно, защото се дели на 3.

3 Обяснете защо числата 60, 468, 783, 3333, 5445, 2042 са съставни. Използвайте признаците за делимост **на 2**, **на 3** и **на 5**, за да намерите поне 1 прост делител на числата.

4 Запишете числото 60 като произведение от няколко множителя, всеки от които е просто число.

Решение:



60 = 2 . 5 . 2 . 3 **60 = 2 . 3 . 2 . 5**

Простите множители са едни и същи, но в различен ред.

Всяко съставно число може да се **разложи на прости множители**. Простите множители в разлагането на едно число се записват в нарастващ ред. **60 = 2 . 2 . 3 . 5**

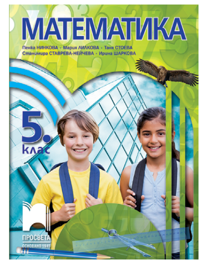
5 Разложете на прости множители числата 264, 105, 78 и 340.

Решение: **а)** Най-често се използва следният начин.
Делим 264 на един негов прост делител, например на 2. Полученото частно 132 отново делим на негов прост делител и т.н. Простите делители записваме вдясно на вертикалната черта, а 264 и получените частни – отляво. Продължаваме, докато получим частно 1. По този начин

264 : 2 = 132

264	**2**
132	2
66	2
33	3
11	11
1	

264 = 2 . 2 . 2 . 3 . 11



вдясно на вертикалната черта се записват всички прости множители, на които се разлага числото 264.
Когато в разлагането някои прости множители участват по повече от един път, е прието да се използва съкратен запис.

Произведението 2 . 2 . 2 . 2 . 2, в което множителят 2 участва 5 пъти, може да се запише с израза $\mathbf{2^5}$, който се нарича **степен**. *Чете се: „две на пета степен“*. В записа на степента $\mathbf{2^5}$ числото 2 се нарича основа на степента, числото 5 – степенен показател. **Степенният показател показва колко пъти основата участва като множител.**

степен показател
$a^n = \underbrace{a \,.\, a \dots a}_{n \text{ пъти}}$
основа

Записваме 264 = 2 . 2 . 2 . 3 . 11 = 2^3 . 3 . 11.

6 Запишете произведенията със степени.
а) 3 . 3 . 3 . 3 **б)** 7 . 7 . 7 . 17 . 17 **в)** 2 . 2 . 5 . 5 . 5 . 5

в) $2^2 \,.\, 5^4$

7 Запишете степените 5^3, 2^4, 3^3 и 10^5 като произведения и ги пресметнете.

8 Разложете на множители и запишете разлагането, като използвате степени.
а) 75 **б)** 96 **в)** 126 **г)** 400

Втората степен на едно число обикновено се нарича ***квадрат***, а третата степен – ***куб***. Например $\mathbf{5^2}$ се чете „пет на втора степен“ или ***„пет на квадрат“***, а $\mathbf{7^3}$ се чете „седем на трета степен“ или ***„седем на куб“***. В записа 3^1 показателят 1 показва, че има само един множител 3, т.е. $\mathbf{3^1 = 3}$. Показателят 1 обикновено НЕ се пише.

$a^2 = a \,.\, a$ – *а на квадрат*
$a^3 = a \,.\, a \,.\, a$ – *а на куб*
$a^1 = a$

9 Запишете квадратите на числата от 1 до 10 и ги пресметнете.

Покорих още един връх!

естествено число → **1** *1 делител*; **просто** *2 делителя*; **съставно** *повече от 2 делителя*

произведение от прости множители: $p^n \,.\, q^m \,.\, r^k \dots$ **p**, **q**, **r** ... – прости числа; **n**, **m**, **k** ... – естествени числа

степен p^n, показател n, основа p: $p^n = \underbrace{p \,.\, p \dots p}_{n \text{ пъти}}$

Проверявам какво знам

10 Кои от числата 17, 27, 35, 39, 41, 53, 57, 63, 723 и 458 са прости?

11 Кое от числата може да се представи като произведение на две прости числа?
А) 45 **Б)** 51 **В)** 63 **Г)** 73

12 Запишете произведенията, като използвате степени.
а) 3 . 3 . 3 . 3 . 3
б) 2 . 2 . 2 . 7 . 7
в) 5 . 5 . 11 . 11 . 11 . 11. 13 . 13

13 Запишете степените като произведения и пресметнете.
а) 2^3 **б)** 3^4
в) $2^2 \,.\, 5^3$ **г)** $2^4 \,.\, 3^2 \,.\, 5^4$

14 Разложете на множители числата и запишете разлагането, като използвате степени.
а) 16 **б)** 125
в) 96 **г)** 114
д) 392 **е)** 2000

15 Начертайте на отделен лист квадрат с дължина на страната 15 cm и го разделете на 10 реда и 10 колони. Напишете в стоте квадратчета последователно числата от 1 до 100. С помощта на тази схема следващия час ще разберем кои са всички прости числа от 1 до 100.

17

УПРАЖНЕНИЕ

1 В таблицата от задача 15 на урок 16 зачертайте числото 1 и последователно оградете в кръг:
- четните числа, по-големи от 2;
- числата, кратни на 3 и по-големи от 3;
- числата, кратни на 5 и по-големи от 5;
- числата, кратни на 7 и по-големи от 7.

а) По колко делителя има всяко от неоградените числа? Как се наричат тези числа?
б) Как се наричат числата, оградени в кръг?
в) Колко на брой са простите числа от 1 до 100? Запишете ги.
г) С коя цифра на десетиците двуцифрените съставни числа са най-много? Запишете ги и намерете всички прости делители на най-голямото от тях.
д) Запишете всички двуцифрени съставни числа с цифра на единиците 9.

Този начин за откриване на простите числа е измислен от древногръцкия математик Ератостен. Вместо хартия древните гърци използвали пергамент и не ограждали числата, а ги продупчвали с игла. Накрая таблицата заприличвала на решето, върху което сякаш се пресявали числата: съставните преминавали и изпадали, а простите оставали. Ето защо този метод се нарича ***решето на Ератостен****.*

5	6	7	8	9
15	16	17	18	19
25	26	27	28	29

Решение: **в)** Простите числа от 1 до 100 са числата в таблицата, които останаха неоградени – 25 на брой.
г) На последния ред в таблицата само 97 е просто число, а всички останали с цифра на десетиците 9 са съставни. Тъй като най-голямото съставно е 99 = 3 . 3 . 11, простите му делители са 3 и 11.

Прости числа от 1 до 100
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,
23, 29, 31, 37,
41, 43, 47, 53, 59,
61, 67, 71, 73, 79,
83, 89, 97

2 Напишете три числа, които се представят като произведение на две двуцифрени прости числа.

3 Вярно ли е твърдението „Всяко четно число е съставно“? Аргументирайте се.

4 Коя от степените е с основа просто число?
А) 4^3 **Б)** 2^6 **В)** 6^5 **Г)** 9^4

показател **4**
степен $9^4 = 9 . 9 . 9 . 9$
основа **9**

5 Запишете степените като произведения и пресметнете стойността на израза.
а) $2^4 . 5$ **б)** $2 . 3^3$ **в)** $2^3 . 54$ **г)** $5^2 . 11$

6 Разлагането на числото 360 на прости множители е записано във вида $360 = 2^3 . 3^2 . 5$.
а) Кои са показателите на степените, участващи в записа?
б) На колко прости множителя (не непременно различни) се разлага това число?
в) Колко различни прости множителя участват в разлагането му?
г) Запишете числото 360 като произведение на два множителя, един от които е 45.

Решение: **б)** От $360 = 2^3 . 3^2 . 5 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 5$ следва, че броят на простите множители, които участват в разлагането на числото 360, е 6.
в) Различните прости множители са 2, 3 и 5.
г) Тъй като $45 = \mathbf{3 . 3 . 5}$ и $360 = 2^3 . 3^2 . 5 = 2 . 2 . 2 . \mathbf{3 . 3 . 5}$, то $360 = 2 . 2 . 2 . 45 = 45 . 8$.

7 Като използвате даденото вдясно разлагане, запишете като произведение от прости множители числата:
а) 6468; **б)** 3234; **в)** 1617; **г)** 539.

6468	2
3234	2
1617	3
539	7
77	7
11	11
1	

8 Разложете на прости множители числата 28, 32, 100, 65, 180, 847 и 221. Ако има повтарящи се множители, използвайте степен, за да запишете разлагането им.

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$180 = 2^2 . 3^2 . 5$

9 Дадено е числото $a = 2^2 . 3 . 5$.

а) Запишете a като произведение на две числа, едното от които е просто.
б) Запишете a като произведение на две съставни числа.
в) Проверете дали a се дели на 6, на 10, на 15, на 21 и на 100.

Решение: **в)** Тъй като $a = 2 . \mathbf{2 . 3} . 5 = \mathbf{2 . 3} . 2 . 5 = 6 . 10$. Следователно a се дели и на 6, и на 10. Тъй като $a = 4 . 15$, то a се дели на 15.
От $a = 2 . 2 . 3 . 5$ се вижда, че 7 не е прост множител на a. Следователно a не се дели на $21 = 3 . 7$.
Числото $100 = 2 . 2 . 5 . 5$, а в разлагането на a простият множител 5 участва само веднъж. Следователно a не може да се напише като произведение с множител 100, т.е. числото a не се дели на 100.

10 Проверете кои от числата $a = 2 . 3^3$, $b = 2^2 . 7^3$, $c = 3 . 5^4$, $d = 2^3 . 3 . 5^3$, $e = 3^4 . 5^2$ са кратни:

а) на 2;
б) на 3;
в) на 6;
г) на 15;
д) на 45.

д) *Не е трудно!*
$45 = 3 . 3 . 5$. Числото ще се дели на 45, ако в разлагането му има поне два пъти 3 и един път 5. Следователно $e = 3^4 . 5^2$ е кратно на 45.

Проверявам какво знам

11 Като използвате задача 1 от урока, намерете:

а) най-малкото просто число;
б) най-малкото съставно число и го разложете на множители;
в) две прости числа с разлика 2;
г две двуцифрени прости числа, които се записват с едни и същи цифри, но в обратен ред.

12 На колко може да е равна цифрата на единиците на просто число, по-голямо от 7?

13 Кое от твърденията е вярно?

А) Всички нечетни числа са прости.
Б) Произведението на две прости числа е просто число.
В) Всяко съставно число се дели на някое просто.
Г) Всяко двуцифрено число, което се записва с еднакви цифри, е съставно.

14 Кое от числата се дели на 36?

А) $2^3 . 3 . 7$ **Б)** $2 . 3^3 . 5$
В) $3^4 . 7$ **Г)** $2^2 . 3^2 . 11$

15 На кое от числата НЕ се дели числото $a = 3^5$?

А) 3 **Б)** 5
В) 9 **Г)** 27

16 Множителят 2 участва най-много пъти в разлагането на прости множители на числото:

А) 60 **Б)** 112
В) 216 **Г)** 616

17 Представете числата като произведение от прости множители, като използвате степени.

а) 81 **б)** 144 **в)** 539 **г)** 1000

18 Разложете на прости множители числата 756, 378 и 189.

19 Разложете на прости множители числото 144 и проверете кратно ли е на 6, на 4, на 12, на 24, на 18.

20 Проверете кои от числата $a = 2^9 . 3 . 7$, $b = 2 . 3^4 . 5^2$, $c = 111\ 222$, $d = 9912$ са кратни на 18.

15

ПРЕДСТАВЯНЕ НА ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА КАТО ПРОИЗВЕДЕНИЕ НА ПРОСТИ МНОЖИТЕЛИ

Представяне на произведение на равни множители като степен

В представянето на числото 8 като произведение на прости множители получаваме произведение на един и същи множител: $\underbrace{2 . 2 . 2}_{3 \text{ пъти}}$.
Прието е това произведение на равни множители да се записва по-кратко по следния начин: 2^3.

Записът a^n на произведението $\underbrace{a . a . a \dots a}_{n \text{ пъти}}$ се нарича ***степен***, числото a – ***основа на степента***, а числото n – ***степенен показател***.
Степените a^2 и a^3 се четат съответно „a на втора“ или „a на квадрат“ и „a на трета“ или „a на куб“.
Всяко число може да се представи като степен с основа самото число и степенен показател 1. $a = a^1 \quad 3 = 3^1$
Всички степени на числото 1 са равни на 1. $1^n = 1 \quad 1^3 = 1^6 = \dots = 1$
Всички степени на числото 0 са равни на 0. $0^3 = 0^6 = \dots = 0$

1 Запишете като степен произведенията.
а) 3 . 3 . 3 . 3 б) 5 . 5 . 5 . 5 . 5 в) 6 . 6 . 6
г) 10 . 10 д) 10 . 10 . 10 е) 10 . 10 . 10 . 10

2 Запишете като произведение степените.
а) 3^2 б) 5^3 в) 6^4 г) 10^4 д) 10^5 е) 100^2

3 Пречертайте и попълнете таблицата, като на мястото на въпросителния знак поставите подходящото число.

Степен	6^2	?	?	13^5	15^7	?	100^{10}	?	?
Основа	?	7	10	?	?	20	?	1	0
Степенен показател	?	3	4	?	?	10	?	5	6

4. Запишете като произведение на степени числата.
а) A = 2 . 2 . 3 . 3 . 3 б) B = 3 . 3 . 3 . 5 . 5 . 5
в) C = 10 . 10 . 10 . 10 . 11 . 11 г) D = 6 . 6 . 6 . 6 . 6 . 6 . 7 . 7
д) E = 3 . 4 . 4 . 4 . 5 . 5 . 5 е) F = 5 . 5 . 10 . 10 . 10 . 13 . 13

5 Запишете като произведение от равни множители:
а) $3 . 3^2$; б) $2^2 . 2$; в) $4^2 . 4^2$; г) $10^3 . 10 . 10$.

6. Числото 2345 е записано в десетична бройна позиционна система. Това означава, че 2345 = 2 . 1000 + 3 . 100 + 4 . 10 + 5. Запишете числото чрез използване на степените на числото 10.

Решение. $2345 = 2 . 10^3 + 3 . 10^2 + 4 . 10^1 + 5$

7 а) Запишете числата 567, 9876 и 12 321 чрез използване на степените на числото 10.

б) Запишете в десетична бройна позиционна система числата:

$a = 4 \,.\, 10^2 + 0 \,.\, 10^1 + 5$; $\quad b = 3 \,.\, 10^3 + 0 \,.\, 10^2 + 5 \,.\, 10^1 + 2$;

$c = 9 \,.\, 10^3 + 7 \,.\, 10^2 + 7 \,.\, 10^1 + 5$; $\quad d = 1 \,.\, 10^3 + 6 \,.\, 10^2 + 0 \,.\, 10^1 + 8$.

8 Един крак на маса е по-къс от другите три с 16 mm. Ако разполагате с картонен лист с дебелина 2 mm, колко пъти трябва да прегънете листа на две, за да уравновесите масата?

Мерни единици за лице

9. Намерете площта на училищно игрище с форма на правоъгълник с размери 150 m и 100 m.

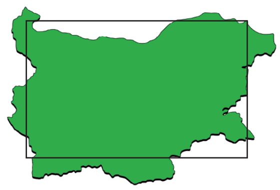
Решение. Площта на игрището е равна на произведението от двете измерения: $S = 150 \,.\, 100 = 15\,000$ кв. м.

Прието е мерните единици за лице – кв. м, кв. дм, кв. см и кв. мм, да се записват съответно по следния начин: m^2, dm^2, cm^2, mm^2, като се използва записът на мерните единици за дължина на латиница.
$S = 150 \,.\, 100 = 15\,000\ m^2$

Нови думи

степен
степенен показател
основа
m^2, dm^2, cm^2, mm^2

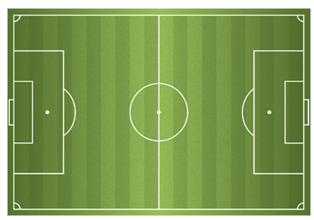
10 Запишете с помощта на означенията m^2, dm^2, cm^2, mm^2:
а) 129 кв. см; б) 543 кв. дм; в) 3901 кв. мм; г) 732 кв. м.



11 Площта на България е приблизително равна на лицето на построения правоъгълник с дължина 400 km и ширина 277 km. Колко квадратни километра е приблизително площта на България?

12 Определете колко квадратни сантиметра е лицето на български национален флаг с формата на правоъгълник с размери 90 cm и 150 cm.

13 Футболно игрище има форма на правоъгълник с размери 110 m на 75 m. Определете колко квадратни метра е площта на игрището. Централната линия го разделя на две части с еднакви размери. Определете площите им.



ЗАДАЧИ

1 Запишете числата 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 и 100 като произведение на два равни множителя. Запишете тези числа като квадрат на естествено число.

2 Запишете числата 8, 27, 64, 125 и 1000 като произведение на три равни множителя. Запишете тези числа като куб на естествено число.

3 Запишете числата 639, 506 и 1275, като използвате степените на числото 10.

4 Запишете с помощта на означенията m^2, dm^2, cm^2, mm^2:
а) 65 кв. см; б) 304 кв. дм;
в) 1125 кв. мм; г) 815 кв. м.

5. Ученическо бюро има плот с форма на правоъгълник с размери 140 cm и 65 cm. Определете площта на плота в квадратни сантиметри.

18 ДЕЛИМОСТ. ОБОБЩЕНИЕ

Деление с остатък: $\boldsymbol{a = b\ .\ q + r}$

делимо делител частно остатък

Остатъкът е число, по-малко от делителя.
Ако остатъкът е нула, се казва, че b (или q) дели a.

$46 = 3\ .\ 15 + 1$

$142 = 11\ .\ 12 + 10,\ 10 < 11$
$42 = 3\ .\ 14 + 0$

Делител и кратно: $\boldsymbol{a\ .\ b = c}$

делители на c *кратно* на a и на b

Числото 1 е делител на всяко естествено число.
Всяко естествено число се дели на себе си.

$\mathbf{7\ .\ 5 = 35}$

делители *кратно*

$23 = 1\ .\ 23$
$23 = 23\ .\ 1$

Делимост на сбор и на произведение
2 дели сбора 14 + 24 + 42, защото дели всяко от събираемите.
5 не дели сбора 20 + 13, защото едното събираемо се дели на 5, а другото не се дели на 5.

5 дели произведението 45 . 13, защото дели множителя 45.
6 дели произведението 14 . 15, защото 14 . 15 = (2 . 7) . (3 . 5) = (2 . 3) . (5 . 7) = 6 . (5 . 7).

Признаци за делимост
Едно число се дели на 2, ако цифрата на единиците му е 0, 2, 4, 6 или 8.
Четни числа: делят се на 2.
Общ вид: $a = 2\ .\ k$ ($k = 1, 2, ...$)
Нечетни числа: не се делят на 2.
Общ вид: $a = 2\ .\ k - 1$ ($k = 1, 2, ...$)
Едно число се дели на 5, ако цифрата на единиците му е 0 или 5.
Едно число се дели на 10, ако цифрата на единиците му е 0.
Едно число се дели на 10, ако се дели и на 2, и на 5.

2 дели числото 36.
2 не дели числото 35.

$50 = 2\ .\ 25$

$49 = 2\ .\ 25 - 1$
100 и 105 се делят на 5.
102 не се дели на 5.
320 се дели на 10.
605 не се дели на 10.

Едно число се дели на 3,
ако сборът от цифрите му се дели на 3.

3459 се дели на 3, защото
3 + 4 + 5 + 9 = 21 се дели на 3.
227 не се дели на 3, защото
2 + 2 + 7 = 11 не се дели на 3.

Едно число се дели на 9,
ако сборът от цифрите му се дели на 9.

3456 се дели на 9, защото
3 + 4 + 5 + 6 = 18 се дели на 9.
217 не се дели на 9, защото
2 + 1 + 7 = 10 не се дели на 9.

Прости и съставни числа
Едно естествено число се нарича ***просто***,
ако има точно два различни делителя.
Едно естествено число се нарича ***съставно***,
ако има повече от два различни делителя.

Простите числа се делят на себе си и на 1.

13 е просто число, защото 13 = 1 . 13.
12 е съставно число, защото
12 = 1 . 12 = 2 . 6 = 3 . 4.

ℕ		
прости числа 29 31	съставни числа 48 92	1

Числото 1 не е нито просто, нито съставно число.

ℕ е множество на естествените числа

Представяне на естествено число като произведение на прости множители

Всяко естествено число се представя по единствен начин като произведение на прости множители (не се отчита редът на множителите).

$60 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 5 = 2^2 \,.\, 3 \,.\, 5$

Произведението на равни множители се представя чрез ***степен***.

$5 \,.\, 5 \,.\, 5 = 5^3$ – *степен*,
5 – *основа*, 3 – *степенен показател*

Общ делител на естествени числа и най-голям общ делител

Най-големият от общите делители на две числа се нарича техен ***най-голям общ делител***.

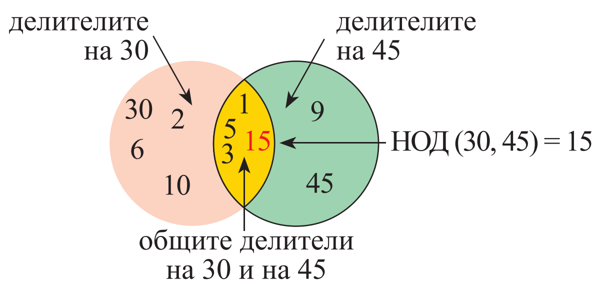
Записва се: НОД (30, 45) = 15.

Делители на 30: **1**, 2, **3**, **5**, 6, 10, **15** и 30.

Делители на 45: **1**, **3**, **5**, 9, **15** и 45.

Общи делители на 30 и на 45: 1, 3, 5 и 15.

НОД (30, 45) = 15



$$\left.\begin{aligned} 30 &= 2\,.\,3\,.\,5 \\ 45 &= 3\,.\,3\,.\,5 \end{aligned}\right\rangle \text{НОД}\,(30, 45) = 3\,.\,5 = 15$$

$$\left.\begin{aligned} a &= 2^2\,.\,3\,.\,5^3 \\ b &= 2\,.\,3^3\,.\,5^2 \end{aligned}\right\rangle \text{НОД}\,(a, b) = 2\,.\,3\,.\,5^2 = 150$$

Две числа се наричат ***взаимно прости***, когато най-големият им общ делител е 1.

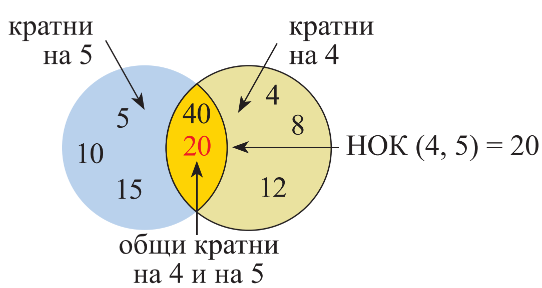
23 и 28 са взаимно прости, защото НОД (23, 28) = 1.
(23 = 1 . 23 и 28 = 1 . 28 = 2 . 14 = 4 . 7)

Общи кратни на естествени числа и най-малко общо кратно

Най-малкото от общите кратни на две или повече естествени числа се нарича тяхно ***най-малко общо кратно***.

Записва се: НОК (4, 5) = 20.

Кратни на 5: 5, 10, 15, **20**, 25, 30, 35, **40**, 45, ...
Кратни на 4: 4, 8, 12, 16, **20**, 24, 28, 32, 36, **40**, ...



$$\left.\begin{aligned} a &= 2^2\,.\,3\,.\,5^3 \\ b &= 2\,.\,3^3\,.\,5^2 \end{aligned}\right\rangle \text{НОК}\,(a, b) = 2^2\,.\,3^3\,.\,5^3 = 13\,500$$

$$\left.\begin{aligned} 42 &= 2\,.\,3\,.\,7 \\ 27 &= 3^3 \end{aligned}\right\rangle \text{НОК}\,(42, 27) = 2\,.\,3^3\,.\,7 = 378$$

$$\begin{array}{r|l} 42,\ 27 & 2 \\ 21,\ 27 & 3 \\ 7,\ \ 9 & 3 \\ 7,\ \ 3 & 3 \\ 7,\ \ 1 & 7 \\ 1,\ \ 1 & 1 \end{array}$$

Най-малкото общо кратно на две взаимно прости числа е равно на тяхното произведение.
НОК (21, 10) = 21 . 10 = 210

Татяна Аргирова
Вера Ковачева
София Димитрова

13 ПРЕДСТАВЯНЕ НА ЕСТЕСТВЕНИТЕ ЧИСЛА КАТО ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОТ ПРОСТИ МНОЖИТЕЛИ

1 Кои от числата 7, 24, 11, 57, 43, 120, 56, 225, 171, 13, 520 са прости и кои са съставни?

2 Представете всяко от числата 12, 26 и 280 като произведение от множители, различни от числото 1.

Решение. $12 = 2 \,.\, 6$ и $12 = 3 \,.\, 4$.

Числата 6 и 4 можем да представим като произведения: $6 = 2 \,.\, 3$ и $4 = 2 \,.\, 2$.

Тогава 12 може да се представи и така: $12 = 2 \,.\, 6 = 2 \,.\, (2 \,.\, 3) = 2 \,.\, 2 \,.\, 3$,
$12 = 3 \,.\, 4 = 3 \,.\, (2 \,.\, 2) = 3 \,.\, 2 \,.\, 2 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3$.

Последните две произведения са едни и същи – множителите им са числата 2, 2 и 3, които при това са прости числа. Числото 12 може да се представи като произведение на 3 прости множителя. Казваме, че **12 е разложено на прости множители**.

Произведението $2 \,.\, 2$ може да се запише така: 2^2 и се чете „2 на втора степен“.

Да разложим и числата 26 и 280 на прости множители.

$26 = 2 \,.\, 13$. Какви числа са множителите 2 и 13?

$280 = 2 \,.\, 140 = 2 \,.\, (10 \,.\, 14) = 2 \,.\, (2 \,.\, 5) \,.\, (2 \,.\, 7) = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 5 \,.\, 7$.

> Всяко съставно число може да се разложи на прости множители.

Произведението $2 \,.\, 2 \,.\, 2$ може да се запише и така 2^3.
Числото 2 се нарича основа на степента,
а числото, 3 – степенен показател.

a^n → степенен показател; a → основа

3 Разложете на прости множители числата 156 и 385.

Решение. За да разложим едно съставно число на прости множители, обикновено най-напред го представяме като произведение на два множителя. За числото 156 обаче не е така лесно да се намерят два множителя, без да се извършват каквито и да било пресмятания. Затова най-напред ще се опитаме да намерим един делител на числото. От признаците за делимост можем да съобразим, че числото 2 е делител на 156. Делим 156 на 2 и получаваме

$156 : 2 = 78$, т.е. $156 = 2 \,.\, 78$.

Числото 78 е съставно, защото се дели на 2.

$78 : 2 = 39$, т.е. $78 = 2 \,.\, 39$.

Но числото 39 е съставно, защото се дели на 3.

$39 : 3 = 13$, т.е. $39 = 3 \,.\, 13$. Числата 3 и 13 са прости.

Като използваме тези представяния, получаваме

$156 = 2 \,.\, 78 = 2 \,.\, (2 \,.\, 39) = 2 \,.\, 2 \,.(3 \,.\, 13) = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 13$,
$156 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 13$.

За по-голяма прегледност разлагането записваме схематично така:

156	2
78	2
39	3
13	13
1	

Вдясно от вертикалната линия са записани последователно простите делители на числото 156, а вляво, под 156 – съответните частни.

За да започнем разлагането на 385, използваме признака за делимост на 5.

385	5
77	7
11	11
1	

385 = 5 . 7 . 11 (Проверете.)

При разлагането на прости множители се постъпва така:
Най-напред проверяваме дали числото се дели на най-малкото просто число 2. Ако не се дели, опитваме със следващото просто число 3 и т.н., докато стигнем до просто число, което е делител на даденото число. Извършваме съответното деление и с полученото частно постъпваме по същия начин. Така последователно, и то в растящ ред, получаваме простите множители вдясно от отвесната линия.

4 Разложете на прости множители числата: 165, 150, 100, 1024, 1001, 1005.

Образец.

165	3
55	5
11	11
1	

165 = 3 . 5. 11

165 се дели на 5. Да опитам дали не се дели на по-малките прости числа 2 и 3. С 2 няма да опитвам – числото 165 е нечетно. За да проверя дали се дели на 3, използвам признака. Сборът от цифрите 1 + 6 + 5 = 12 се дели на 3. Първият прост делител е 3. Деля 165 на 3 и получавам 55. Най-малкият прост делител на 55 е 5. Деля 55 на 5 и получавам 11. Това число е просто. Значи, простите делители на 165 са 3, 5 и 11.

5 Намерете най-малкия и най-големия прост делител на всяко от числата: 234, 510, 570, 3190, 3096, 3905, 1006, 10 064.

Образец.

234	2
117	3
39	3
13	13
1	

234 = 2 . 3 . 3 . 13

Сега не се искат всички прости множители. Ама как да намеря най-големия? Като разложа числата, както аз си знам.

Най-малкият прост делител е 2, а най-големият е 13.

6 Числата 6, 28 и 496 имат интересно свойство: всяко от тях може да се представи като сбор от всичките си различни делители (включително и числото 1) без самото число. Проверете това. Такива числа се наричат **съвършени**.

Образец. 28 = 2 . 2 . 7, 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14.

Задачи за самоконтрол

1. а) На кои от числата 6, 14, 25, 49, 87, 105 е делител числото 7?
б) Кои от числата 1, 6, 15, 18, 90, 102, 160 са кратни на 6? Обяснете защо.

2. а) Намерете всички делители на числата: 2, 16, 30 и 45.
б) Намерете общите делители и най-големия общ делител на числата: 9 и 54; 12, 42 и 84.

3. Взаимно прости ли са числата: 4 и 21; 9 и 42; 10, 7 и 25; 12, 105 и 165? Обяснете отговора си.

4. Кои от числата 1, 2, 15, 8, 3, 22, 17, 81, 13, 39, 29 са прости и кои – съставни?

5. а) Кои от числата 2, 18, 106, 200, 406, 33, 27, 109, 3024, 8003 се делят на 2?
б) Кои от числата 2, 15, 102, 110, 325, 403, 75 165 се делят на 5?
в) Кои от числата 1, 23, 45, 106, 108, 221, 444, 1253, 3882 се делят на 3?

6. Разложете на прости множители всяко от числата: 2, 12, 17, 28, 59, 55, 49, 273, 390, 630, 594.

7. Намерете най-малкото общо кратно (НОК) на числата:
6 и 15, 9 и 11, 20, 84 и 630.

8. Кое е най-малкото число, по-голямо от 200, което е кратно на 3 и на 5?

9. Напишете всички съставни числа, простите множители на които са 2, 3 и 5, като 2 и 3 се повтарят най-много два пъти, а 5 се среща само веднъж.

10. Разместете цифрите на числото 43 257 по два начина така, че в единия случай да се получи число, което се дели на 2, а в другия – число, което се дели на 5. Кое от трите числа се дели на 3? Защо?

11. Намерете поне три двойки числа, за всяка от които най-малкото общо кратно е 140.